

Cálculo del Potencial Magnético Vector en el TJ-II

A. López-Fraguas
D. López-Bruna
J. A. Romero

Asociación EURATOM / CIEMAT para Fusión - 95

Departamento de Fusión y Física de Partículas Elementales

Cálculo del Potencial Magnético Vector en el TJ-II

López-Fraguas, A.; López-Bruna, D.; Romero, J. A.

21 pp. 15 figs. 11 refs.

Resumen:

En este informe se revisan las propiedades del potencial magnético vectorial y de su utilidad para el cálculo de flujos magnéticos en situaciones tanto estacionarias como variables en el tiempo. Hemos adaptado al Helic Flexible TJ-II expresiones numéricas eficientes para el cálculo del potencial vector, y hemos calculado con este formalismo el flujo magnético en situaciones cuya complejidad hace muy conveniente el recurso al vector potencial. Los resultados de voltajes inducidos ofrecen soporte teórico a la medida del voltaje inducido por las bobinas OH sobre el plasma como el proporcionado por el diagnóstico instalado en el TJ-II, y a la aproximación cilíndrica del plasma usada para interpretar los datos experimentales.

Calculation of the magnetic vector potential in the TJ-II

López-Fraguas, A.; López-Bruna, D.; Romero, J. A.

21 pp. 15 figs. 11 refs.

Abstract:

The properties of the vector magnetic potential and its usefulness to calculate magnetic fluxes in both stationary and time-dependent conditions are revised in this report. We have adapted to the TJ-II Flexible Helic efficient numerical expressions to calculate the vector potential, calculating in addition the magnetic flux with this formalism in circumstances whose complexity makes very convenient the use of the vector potential. The result on induced voltages offer theoretical support to the measurements of induced voltage due to the OH coils in the plasma, like the measurements provided by the loop voltage diagnostic installed in the TJ-II, as well as to the cylindrical approximation of the plasma often used to interpret experimental data.

CLASIFICACIÓN DOE Y DESCRIPTORES

S70

TOKAMAK DEVICES; MAGNETIC FIELDS; COMPUTER CODES; STELLARATORS;
PLASMA DIAGNOSTICS; MAGNETIC FLUX

CÁLCULO DEL POTENCIAL MAGNÉTICO VECTOR EN EL TJ-II

A. LÓPEZ-FRAGUAS, D. LÓPEZ-BRUNA, J. A. ROMERO

ÍNDICE

1. Introducción	1
2. Potencial magnético vector	2
3. Campos de corrientes filamentosas	2
4. Cálculo de los campos en el TJ-II	4
5. Cálculo de flujos estacionarios en el TJ-II	5
6. F.e.m. inducidas por las bobinas OH	9
7. Resultados experimentales	12
8. Conclusiones	14
Agradecimientos	14
Referencias	15

1. INTRODUCCIÓN

En este informe se revisa la descripción del campo magnético basada en el potencial magnético vectorial y su aplicación al cálculo de configuraciones magnéticas y otras propiedades del campo en el Helicac flexible TJ-II [1]. El potencial vectorial agiliza los cálculos de flujo magnético debido a las corrientes eléctricas tanto de las bobinas como del plasma, especialmente cuando existen corrientes enlazadas. También es de mucha utilidad en procesos transitorios, como las rampas de subida y bajada de las corrientes en las bobinas o la generación de corriente en el plasma por medio de bobinas auxiliares que inducen f.e.m. en el plasma durante la descarga. Aunque este trabajo está orientado al cálculo del potencial vectorial producido por las bobinas del TJ-II en vacío, se considera también su efecto sobre el plasma con un modelo simplificado de éste.

El informe se organiza de la manera siguiente: En la sección 2 se resume la relación entre los campos \mathbf{A} , potencial vectorial, y \mathbf{B} , vector inducción magnética así como con otras magnitudes asociadas al campo magnético. En la sección 3 se escribe una expresión para el potencial \mathbf{A} creado por un segmento rectilíneo de corriente filamental, y se recogen las expresiones usuales para el vector \mathbf{B} creado por filamentos de corriente, sean segmentos rectilíneos o bobinas circulares. En el apartado 4 se describen los distintos elementos que forman el sistema de bobinas del TJ-II, se explican los procedimientos para la implementación numérica de las fórmulas mencionadas, y se comparan los resultados con dos métodos alternativos de calcular los campos de una bobina filamental y circular. En la sección 5 se presentan los cálculos de flujo magnético en distintas situaciones, comparando el cálculo bidimensional basado en \mathbf{B} con el unidimensional basado en \mathbf{A} . A continuación se aplica el cálculo unidimensional a geometrías más complicadas, incluyendo un modelo filamental de la corriente del plasma. En la sección 6 se calculan f.e.m. inducidas por las bobinas del TJ-II diseñadas para generar o compensar corrientes

en el plasma. Este cálculo valida el diagnóstico de voltaje inducido instalado en el TJ-II como medida del voltaje inducido por dichas bobinas en régimen lineal de subida de corrientes y plasma estacionario, como se describe en la sección 7. Finalmente en la sección 8 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. POTENCIAL MAGNÉTICO VECTOR

La propiedad $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, que caracteriza los campos magnéticos, permite definir otro campo vectorial \mathbf{A} tal que $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. Es el potencial magnético vectorial [2].

La relación entre \mathbf{A} y \mathbf{B} es semejante a la que existe entre los correspondientes electrostáticos, V y \mathbf{E} , en particular que el campo \mathbf{B} se obtiene de \mathbf{A} por derivación, como \mathbf{E} a partir de V . Sin embargo su naturaleza vectorial reduce considerablemente su utilidad comparado con el potencial eléctrico, que es escalar. Si el cálculo de \mathbf{A} no es mucho más rápido y simple que el de \mathbf{B} , que además será necesario calcular por obtención del rotacional, es preferible la obtención directa de este último.

En algunas ocasiones el cálculo de \mathbf{A} es conveniente, no sólomente como un medio para calcular \mathbf{B} . Si por ejemplo existen procesos inductivos, es necesario calcular flujos de \mathbf{B} para obtener fuerzas electromotrices inducidas, y el flujo de \mathbf{B} , $\Phi = \int \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ se calcula más eficientemente como $\Phi = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$, donde la integral de línea se calcula sobre la frontera de la superficie a través de la cual queremos calcular Φ . La formulación de fenómenos como las corrientes de Foucault en términos del potencial \mathbf{A} es útil en muchas ocasiones [3].

En aproximaciones a la física del plasma, como la teoría MHD ideal, en la cual el flujo magnético es arrastrado por el movimiento macroscópico del plasma [4], puede ser conveniente el cálculo de \mathbf{A} . Las ecuaciones de las líneas de campo \mathbf{B} , que pueden ponerse en forma hamiltoniana, pueden obtenerse de un principio variacional en el que la “acción” puede expresarse asimismo como integral de línea de \mathbf{A} [5, 6]. No debe olvidarse la dependencia con \mathbf{A} del momento lineal cuando hay campos electromagnéticos presentes, básica en la descripción cuántica. La condición $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ no fija unívocamente \mathbf{A} , por lo que hay que imponer condiciones adicionales. La expresión que podemos llamar de “Biot-Savart” para \mathbf{A} es [2]:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}')}{r} d^3\mathbf{x}', \quad (1)$$

donde $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ y $r = |\mathbf{r}|$, que es válida para una distribución tridimensional de corriente eléctrica definida por la densidad de corriente \mathbf{J} . Esta expresión es análoga, pero más simple de forma que la expresión de la ley de Biot-Savart para el campo magnético de una distribución tridimensional de corriente:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \mathbf{r} \times \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}')}{r^3} d^3\mathbf{x}', \quad (2)$$

La contribución al vector \mathbf{A} del elemento de corriente $\mathbf{J}d^3\mathbf{x}'$ tiene la dirección de \mathbf{J} , mientras que la contribución a \mathbf{B} tiene una dirección perpendicular definida por el producto vectorial del integrando de la Ec. 2.

3. CAMPOS DE CORRIENTES FILAMENTARES

El límite en el que la distribución tridimensional de densidad de corriente \mathbf{J} se reduce a una corriente total I circulando por un circuito o un segmento abierto se discute en los textos estándar de electromagnetismo. Puede resumirse en la sustitución $\mathbf{J}d^3\mathbf{x}' \rightarrow Idl$ y la integral es unidimensional sobre el circuito o el segmento por el que circula una corriente I . Así los campos se expresan como:

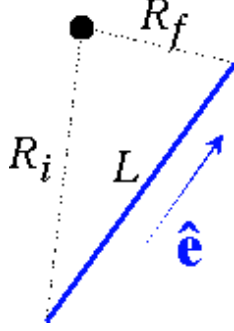


FIGURA 1. Descripción de las variables de la ecuación 5.

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l}}{r} \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{l}}{r^3}. \quad (4)$$

Se entiende que sólo los circuitos cerrados tienen realidad física, siendo las expresiones para segmentos abiertos contribuciones parciales al campo total convenientes para el cálculo numérico. Si los circuitos de corriente, que podrían representar el centroide de las bobinas reales de sección finita, tienen geometría simple, lo que en la práctica significa bobinas circulares o rectilíneas sin fin, pueden darse expresiones explícitas sencillas para los campos. Sin embargo esta situación no se presenta en numerosos casos de interés práctico, siendo razonable aproximar al menos algunas de las bobinas reales por un conjunto de segmentos rectilíneos de corriente.

En la referencia [7] se desarrollan expresiones compactas y eficientes desde el punto de vista del cálculo numérico para los campos \mathbf{A} y \mathbf{B} producidos por un solo segmento filamental. Las expresiones son singulares solamente en el propio segmento, y no en sus prolongaciones. Los campos resultantes de sumar todas las contribuciones tienen las propiedades teóricas requeridas por los campos magnéticos: $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, y $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ fuera de los segmentos que generan el campo.

La expresión de la Ref. [7] para el potencial vectorial es:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \hat{\mathbf{e}} f(\epsilon), \quad (5)$$

donde $\hat{\mathbf{e}}$ es el vector unitario en la dirección del elemento de corriente, $\epsilon = L/(R_i + R_f)$, y $f(\epsilon) = \ln[(1 + \epsilon)/(1 - \epsilon)]$. L , R_i , y R_f son los lados del triángulo formado por los extremos del segmento que crea el campo y el punto en el que se calcula, (ver figura 1). Solamente si $\epsilon = 1$ el campo se hace infinito. Hay que señalar que a diferencia de otras formulaciones, aquí L , R_i , y R_f son distancias, por lo que $0 < \epsilon \leq 1$ y solamente es 1 si el punto \mathbf{x} está en el segmento que crea el campo. \mathbf{B} se obtiene de la expresión anterior a partir de $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. Entre las ventajas que ofrece frente a otras expresiones están que no es necesario calcular funciones trigonométricas, y que evitar infinitos solo requiere un simple test sobre ϵ .

Esta formulación sugiere una forma de estandarizar el cálculo del campo en sistemas de bobinas de forma compleja, no planas en general y dispuestas de forma arbitraria. Cada una de ellas se describirá por un conjunto de uno o varios filamentos formados por poligonales cerradas que no intersecan entre sí y con la misma

corriente circulando por todos los segmentos de cada polígono. Los campos \mathbf{A} y \mathbf{B} en cualquier punto se obtienen sumando la contribución de cada segmento rectilíneo dada por las expresiones anteriores, y la información de partida que necesita el programa de cálculo es una sucesión de registros, finita aunque pueda ser muy grande, conteniendo cada registro las coordenadas de un vértice y una corriente, que es la que circula de ese vértice al siguiente. Cada filamento cerrado que forme parte de alguna bobina será un subconjunto de dicha sucesión, caracterizado por que todos sus registros tienen la misma corriente y las coordenadas del último vértice son idénticas a las del primero. El último vértice de un filamento tiene corriente nula, y de esa forma tenemos un segmento definido por el último vértice de un filamento y el primero del siguiente, pero cuya contribución al campo es nula, por serlo la corriente que pasa entre ellos.

Finalmente, presentamos la expresión para el potencial vectorial creado por una espira circular filamentera. En coordenadas cilíndricas con el eje de la espira como eje z , estando situada la espira en: $r = a$, $z = 0$, la componente azimutal de \mathbf{A} es [8]:

$$A_\varphi(r) = \frac{\mu_0 I}{\pi k} \left(\frac{a}{r}\right)^{1/2} \left[\left(1 - \frac{1}{2}k^2\right) K(k) - E(k) \right] \quad (6)$$

siendo $k^2 = 4ar/[(a+r)^2 + z^2]$. K y E son integrales elípticas completas de primera y segunda clase, respectivamente [9]. Solamente es no nula la componente φ por la propiedad ya mencionada, $d\mathbf{A} \parallel d\mathbf{l}$, dado que la espira solo tiene componente azimutal. Aproximaciones numéricas basadas en esta expresión pueden ser preferibles a las obtenidas a partir de la Ec. 5 si el número de espiras circulares es elevado. El campo \mathbf{B} se obtiene de nuevo como $\nabla \times \mathbf{A}$.

4. CÁLCULO DE LOS CAMPOS EN EL TJ-II

El Helicac flexible TJ-II consta de 36 bobinas que producen el campo magnético de vacío y 4 bobinas auxiliares que permiten inducir corriente en el plasma durante el intervalo de tiempo en el que se mantienen constantes las corrientes del grupo principal de bobinas. La configuración magnética y los parámetros básicos del plasma, incluyendo el calentamiento, dependen de las corrientes que circulan por el conjunto principal de 36 bobinas. Su disposición y parámetros geométricos están descritos en la referencia [1]. Pueden agruparse de la forma siguiente:

Bobina circular central (CC): Por ella circula la corriente I_{cc} .

Bobina helicoidal central (HX): Su corriente es I_{hx} .

Bobinas de campo vertical (VF): Son dos bobinas circulares por las que circula la misma corriente, I_{vf} .

Bobinas de campo toroidal (TF): Son 32 bobinas circulares alimentadas en serie por las que circula la corriente I_{tf} .

En resumen, 35 bobinas son circulares y una, HX, helicoidal.

Este conjunto de corrientes que pueden variarse independientemente proporcionan al TJ-II la posibilidad de una gran variación en la transformada rotacional de las configuraciones magnéticas que pueden ser generadas y de fácil control de esta magnitud en las condiciones de operación de la máquina [1].

La aproximación de la corriente que pasa por cada bobina por medio de una corriente filamentera circulando por su centro de corriente, que a su vez es aproximado por un número grande de segmentos rectilíneos cuando no es una bobina circular, es adecuada para muchas aplicaciones, pero el cálculo preciso de la transformada rotacional requiere un modelo más complejo. La bobina HX, por su geometría alabeada y su proximidad al plasma es la más crítica para la precisión necesaria del campo magnético de vacío, [10]. Un modelo más refinado, en el que este conductor

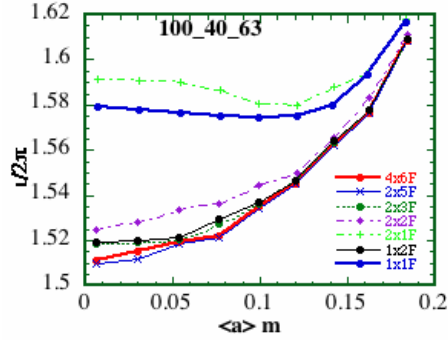


FIGURA 2. Dependencia de la transformada rotacional con el número y disposición de los filamentos que describen la bobina HX.

está descrito por varios filamentos de corriente, cada uno de ellos aproximado por un número grande de segmentos rectilíneos, resulta ser más realista y reproduce las configuraciones magnéticas de vacío cuando se calculan con las mismas corrientes que en la observación experimental. La sección rectangular de la bobina se divide en $m \times n$ sectores y por el centro de cada uno se hace pasar un filamento de corriente por el que pasa una fracción $1/(m \times n)$ de la corriente total I_{HX} . En cuanto al número de filamentos, se han ensayado varias distribuciones de filamentos para el cálculo de una magnitud como la transformada rotacional, como se observa en la figura 2. Se requieren al menos 6 filamentos distribuidos en dos capas de 3 filamentos separados poloidalmente para tener una precisión razonable. Los perfiles de transformada que se obtienen con un número de filamentos entre 6 y 24 (el máximo considerado) son prácticamente coincidentes. Un conjunto de 10 filamentos es un compromiso razonable entre tiempo de cálculo y precisión. Para las otras bobinas, refinamientos análogos de su modelado incrementan considerablemente el tiempo de cálculo sin mejora apreciable de la precisión de cálculo. El modelo de bobinas del TJ-II, usado de manera estándar en los cálculos de campo magnético consta de 35 filamentos circulares de corriente cuya contribución parcial al campo se obtiene a partir de la fórmula 6, y de 10 filamentos de corriente formado cada uno por 200 segmentos rectilíneos por los que circula una corriente $I_{HX}/10$. La contribución parcial al campo de cada segmento está dada por la fórmula 5 para el potencial vector y por su rotacional para el campo \mathbf{B} . El modelo se puede simplificar reduciendo los 10 filamentos helicoidales a uno solo por el que circula I_{HX} . Esta simplificación es razonable cuando se quiere calcular el campo en puntos no muy próximos a las bobinas y si además no se necesita una gran precisión. Las situaciones que necesitan calcular el campo un mayor número de veces y por ello los errores pueden acumularse, como la integración de líneas de campo para obtener superficies magnéticas o propiedades de ellas como transformada rotacional o pozo magnético, son las que requieren el modelo más completo. Por ello no es práctico mantener los dos modelos, y el de múltiples filamentos helicoidales se emplea de forma habitual en los cálculos del TJ-II.

5. CÁLCULO DE FLUJOS ESTACIONARIOS EN EL TJ-II

El cálculo del flujo magnético en función del potencial \mathbf{A} presenta ventajas considerables con relación al cálculo en términos de \mathbf{B} . Es un cálculo unidimensional,

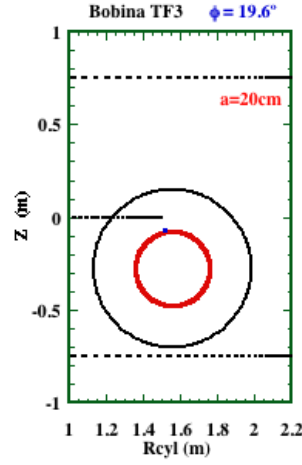


FIGURA 3. Circunferencia (en rojo) definida para evaluar la convergencia del cálculo de Flujo a partir del vector \mathbf{A} , en la posición de la bobina TF3 (en negro).

y por lo tanto numéricamente más sencillo que la aproximación a la integral de superficie del campo \mathbf{B} . En ésta no sólo es necesario estudiar la convergencia con los pasos de integración en las dos dimensiones de la integral de superficie, sino que si el contorno no es plano la elección de superficie no es obvia y puede presentar problemas numéricos adicionales. En el TJ-II aparece esta situación al calcular el flujo poloidal encerrado por el eje magnético, por ejemplo. La situación en la que una corriente atraviesa la superficie de integración también es típica en el TJ-II y presenta complicaciones numéricas asociadas al valor infinito del campo en el filamento de corriente. El flujo magnético expresado como circulación del vector \mathbf{A} está libre de los tres tipos de complicaciones numéricas mencionadas. Solamente es necesario analizar la precisión con la que se aproxima numéricamente la integral $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ a lo largo de un contorno definido, desapareciendo tanto la multiplicidad de superficies a través de las cuales calcular $\int \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ para un contorno no plano como los infinitos asociados a las corrientes que atraviesan la superficie de integración.

El código desarrollado para los cálculos de \mathbf{A} se basa en la ecuación 5 para los segmentos rectilíneos, y en la ecuación 6 para las bobinas circulares. Para el campo \mathbf{B} hemos usado el cálculo estándar empleado en el TJ-II. El error relativo entre \mathbf{A} y $\nabla \times \mathbf{A}$ es menor que $2,3 \cdot 10^{-4}$ y su valor medio $\approx 9 \cdot 10^{-5}$ en una red tridimensional en coordenadas cilíndricas para la componente toroidal B_ϕ cuando el incremento para la derivada numérica es 0,1 mm. Esto indica que no hay errores de programación en el código para \mathbf{A} , y que la discrepancia es debida a la derivada numérica. Para evaluar la adecuación del código al cálculo de flujos magnéticos hemos comparado los resultados del flujo a través de un círculo concéntrico con las bobinas TF de radio $a \leq 0,20$ m para que no enlace el conductor HX. En la figura 3 se muestra el caso correspondiente a TF3 con $a = 0,20$ m. En posiciones toroidales en las que no hay bobina toroidal, el centro del círculo está en la hélice toroidal que une los centros de las bobinas TF. La aproximación a la circulación se calcula como:

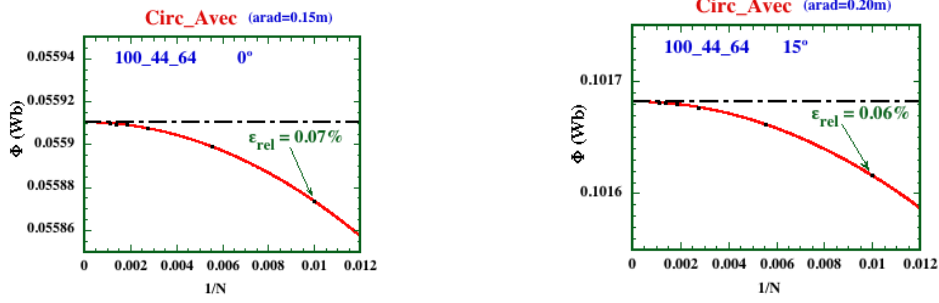


FIGURA 4. Convergencia de la integral de \mathbf{A} a lo largo de circunferencias concéntricas con TF. Línea a trazos: cálculo bidimensional con 300x360 intervalos. a) $\varphi = 0^\circ$ (TF1); b) $\varphi = 15^\circ$ (Plano medio del Sector A2).

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \approx \sum_{i=1}^N \mathbf{A}(i) \cdot d\mathbf{l}(i) \quad (7)$$

donde la circunferencia se secciona por N vértices, $d\mathbf{l}(i) = \mathbf{r}(i+1) - \mathbf{r}(i)$ es el vector desde el vértice i al $i+1$ y $\mathbf{A}(i)$ se calcula en el punto medio de $d\mathbf{l}(i)$. La integral numérica converge cuadráticamente con $1/N$ como se muestra en la figura 4, y su valor coincide con el cálculo bidimensional con una red de 300x360 puntos que habíamos aceptado como bastante precisa en cálculos previos. La aproximación en este caso es:

$$\iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \approx B_{0\varphi} r_0^2 + \sum B_{\varphi\rho} \Delta\rho \Delta\theta, \quad (8)$$

donde B_{φ} es la componente toroidal de \mathbf{B} , y la integral numérica se hace en una red polar. Tomando como referencia el valor dado por la ecuación 8, vemos que con $N \approx 100$, que corresponde a $\Delta l \approx 0,01$ m, la discrepancia es $\sim 0,07\%$, con un tiempo de cálculo 1000 veces menor. También el análisis de la convergencia es considerablemente más rápido.

Las superficies magnéticas se generan ergódicamente por una única línea de campo, y por ello no puede haber flujo magnético que las atraviese, (son superficies de flujo). En consecuencia, el flujo toroidal a través de una cualquiera de ellas debe ser el mismo en cualquier corte $\varphi = \text{cte.}$, siendo φ el ángulo toroidal en el que se calcule. En la figura 5 comprobamos que es así para la última superficie magnética cerrada dentro de la cámara (LCMS en inglés) de la configuración 100_44.64 con precisión mejor que $2 \cdot 10^{-4}$ en el intervalo 0-45°. Por la simetría “stellarator” basta calcular el flujo en medio periodo de la máquina. Por el contrario, si calculamos el flujo a través de un contorno obtenido trasladando la sección de dicha superficie en $\varphi = 0^\circ$ a otra posición φ distinta y se gira poloidalmente de acuerdo con la ley $\theta = -4\varphi$ alrededor del centro de la bobina CC obtenemos la variación de flujo con φ representada en la figura 6. El flujo ya no es constante y las oscilaciones corresponden a la expansión de flujo existente entre las bobinas toroidales. Estos cálculos no se habían realizado con la integral bidimensional de \mathbf{B} por la lentitud de cálculo, y muestran la ventaja de utilizar el vector \mathbf{A} .

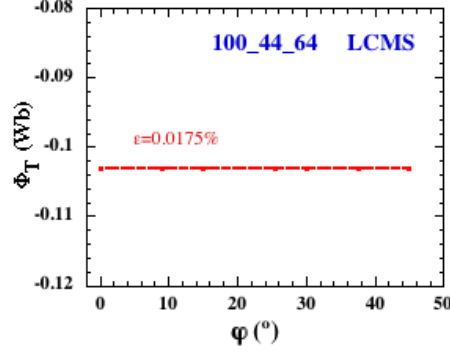


FIGURA 5. Constancia del Flujo toroidal a través de una superficie magnética con el ángulo toroidal, φ .

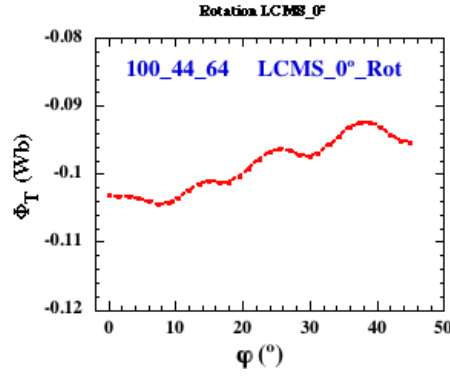


FIGURA 6. Variación del Flujo toroidal cuando una sección constante, ($\varphi = 0^\circ$ en la figura 5) se transporta helicoidalmente con centro en CC a otra sección φ .

Finalmente hemos comparado los dos cálculos para el llamado “loop” diamagnético, que mide la energía contenida en el plasma, [11]. Para su diseño era necesario evaluar el flujo perpendicular de \mathbf{B} . Aunque es plano, su geometría es complicada, como se muestra en la figura 7, y no hay un sistema de coordenadas bidimensional que se adapte a él. Por ello el cálculo bidimensional era laborioso, y con bastante incertidumbre respecto al resultado. Para la configuración 100_44.64 en vacío, el resultado bidimensional era:

$$\iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = -0,1985 \text{ Wb},$$

mientras el cálculo unidimensional es:

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = -0,1931 \text{ Wb}.$$

Coinciden dentro de un 3%, por lo que podemos considerar que los antiguos cálculos de flujo para el “loop” diamagnético pueden tener un error del orden del 5%

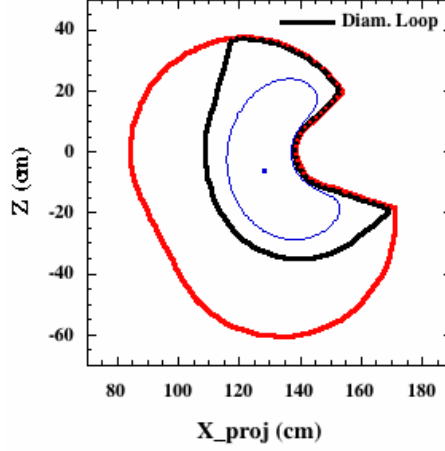


FIGURA 7. Esquema del “loop” diamagnético con sección de la cámara de vacío y frontera del plasma por el plano del “loop”.

6. F.E.M. INDUCIDAS POR LAS BOBINAS OH

Las bobinas OH son un conjunto de 4 bobinas circulares de sección rectangular centradas en el eje mayor del TJ-II. Generan por lo tanto un flujo magnético puramente poloidal y cuando se hace variar la corriente que circula por ellos producen f.e.m. toroidales. Sus parámetros de diseño se fijaron con el objetivo de poder compensar corrientes toroidales en el plasma. Están agrupadas en dos pares, de forma que las de cada par son simétricas respecto al ecuador del TJ-II y circula por ellas la misma corriente. Además están alimentadas en serie, por lo que la relación de corrientes filamentos equivalentes es fija y los campos que generan tienen una estructura espacial fija, con $|\mathbf{B}|$ en un punto determinado estando fijado por el perfil de subida de las corrientes. Si este perfil es una rampa lineal, en cualquier punto será $|\mathbf{B}|$ proporcional al tiempo transcurrido desde el inicio de la rampa. En consecuencia también lo será el flujo encerrado por un contorno cualquiera, y las f.e.m. inducidas pueden obtenerse como:

$$\varepsilon = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{I_0}{t_0}\Phi(I=1) = -\frac{\Phi(I=I_0)}{t_0}, \quad (9)$$

siendo I_0 el valor máximo de I al terminar la subida de corrientes, t_0 la duración de la subida y los flujos Φ se calculan con las corrientes especificadas en cada caso. Basta por ello hacer los cálculos para los valores máximos de corriente y conocer t_0 .

El campo del conjunto de las bobinas OH en el ecuador es axisimétrico y solamente tiene componente vertical. La variación de ésta con la distancia al eje mayor se muestra en la figura 8 para los valores máximos de corriente. El flujo encerrado por un círculo de radio R en el plano azimutal $Z = 0$ se muestra en la figura 9. Se observa que con las posiciones y relación de bobinado elegidos para este conjunto de bobinas, el campo B_z cambia de signo en $R = 1,5$ m, el radio del eje menor del TJ-II, y el flujo magnético tiene un máximo si el circuito tiene precisamente ese radio. El resultado, $\varepsilon = 0,198$ V coincide con el valor nominal para la f.e.m. inducida de 0,2 V cuando $I_0 = 144$ kA y $t_0 = 1$ s.

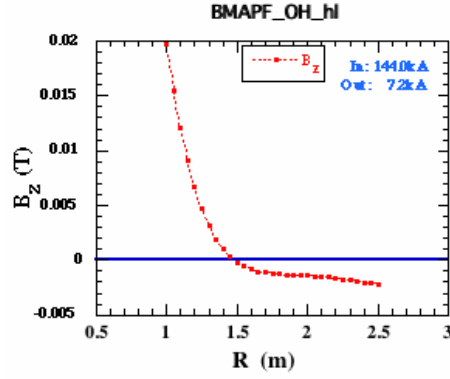
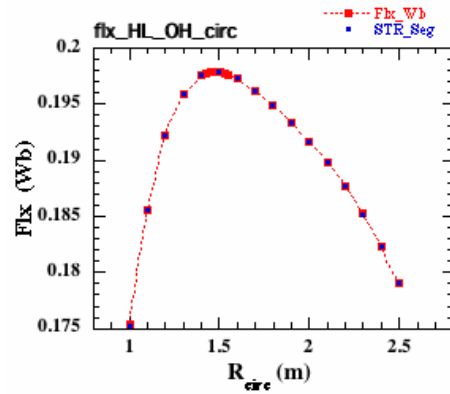
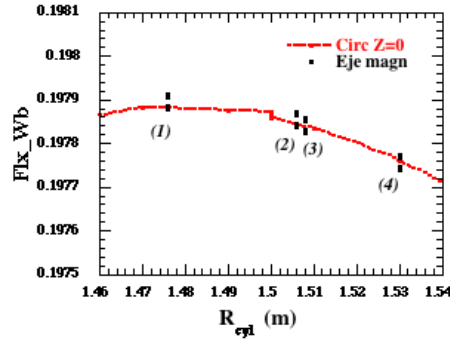


FIGURA 8. Dependencia del campo magnético con la posición radial.

FIGURA 9. Variación del flujo magnético a través de un círculo en $Z=0$ con su radio.

Mayor interés tiene calcular las f.e.m. a lo largo de circuitos cuya geometría se aproxime más a la del plasma. Sin necesidad de incluir en los cálculos propiedades específicas del plasma, ni recurrir al cálculo de trayectorias de partículas cargadas, hemos calculado los flujos a través de superficies cuyos contornos son los ejes magnéticos de varias configuraciones. El resultado es prácticamente independiente de la configuración, $\varepsilon = 0,198$ V nuevamente, como se observa en la figura 10. En ella se incluyen los puntos próximos al máximo de la curva de la figura 9 con los ejes de cuatro configuraciones con diferente forma del plasma. Los ejes magnéticos no tienen radio constante, ni siquiera son planos. El R_{circ} asignado a ellos es el promedio toroidal de su coordenada R cilíndrica. Un cálculo parecido puede hacerse con una línea de campo. Como estas no se cierran, salvo si la transformada rotacional, ι , es racional, calculamos la magnitud:

$$\mathcal{C}_N = \frac{1}{N} \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}, \quad (10)$$



Configuraciones:

98_43_89 (1)	100_44_64 (2)
69_41_51 (3)	101_45_44 (4)

FIGURA 10. Flujos a través de superficies cuyo contorno es el eje magnético en varias configuraciones del TJ-II.

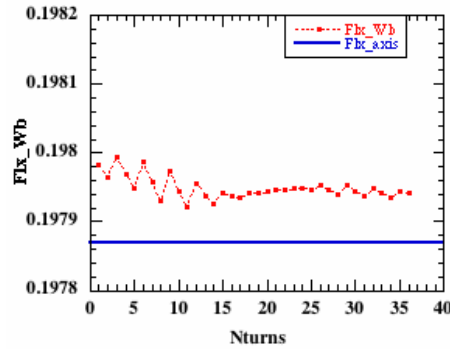


FIGURA 11. Circulación media por vuelta del potencial vectorial.

donde N es un número entero de vueltas toroidales y la integración se hace siguiendo una línea de campo a lo largo de N vueltas. C_N puede considerarse una aproximación al valor medio por vuelta toroidal de la circulación sobre la línea de campo del potencial vectorial.

Cuando t es racional, y N coincide con el número necesario de vueltas para que la línea se cierre, la expresión Ec. 10 representa un verdadero flujo magnético y su derivada temporal una verdadera f.e.m. Como el resultado, que mostramos en la figura 11, vuelve a ser, dentro de algunas unidades por 10000, 0,198 V por vuelta, consideramos ese valor como representativo de las f.e.m. inducidas por las bobinas OH en circuitos que siguen el recorrido del plasma.

Este resultado, constancia de la f.e.m. independientemente de la geometría detallada, se refuerza por los cálculos hechos con hélices toroidales en las que variamos los radios mayor y menor, como se indica en la figura 12. Los resultados se presentan en la figura 13 como error relativo del flujo a través de la hélice respecto al flujo a través de su radio mayor. El error es mayor en la parte interior y aumenta con el

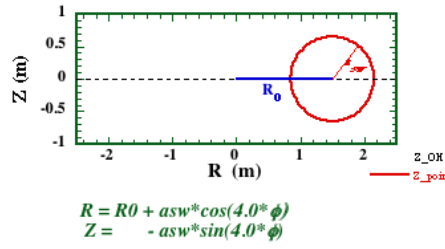


FIGURA 12. Definición de las magnitudes R_0 y a_{sw} que caracterizan las curvas de la figura 13.

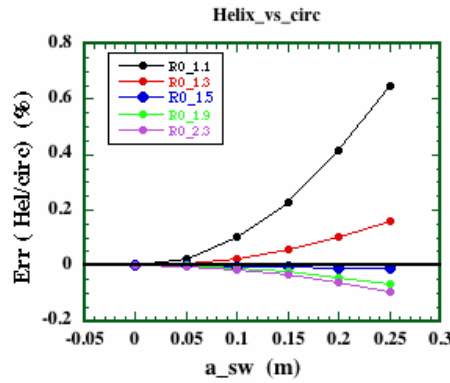


FIGURA 13. Error (%) del flujo encerrado por la hélice toroidal con relación al del círculo de radio R_0 .

radio menor. Esto está quizá asociado a la mayor variación radial del flujo en esa zona, como se ve en la figura 9. En la zona del máximo el error es casi independiente del radio menor, a_{sw} , y prácticamente nulo. En consecuencia es razonable suponer que los voltajes medidos sobre circuitos circulares sean una buena aproximación a los existentes en el plasma.

7. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los cálculos expuestos arriba pueden compararse con las medidas experimentales de la f.e.m. inducida en el circuito que forma el diagnóstico de voltaje inducido¹, V_l . Los conductores CC y HX (ver Sec. 4) están aislados de y protegidos por una carcasa metálica que los envuelve. Esta carcasa, que puede considerarse como un circuito circular de radio $R_0 = 1,5$ m aproximadamente coincidente con la bobina CC, está interrumpido en una posición toroidal entre cuyos extremos se mide V_l . En ausencia de otras corrientes variables en las proximidades, V_l debe ser la f.e.m. que las rampas de corriente dI_{OH}/dt en las bobinas OH inducen en el circuito del diagnóstico. Así, el valor $\Phi(I = 1)$ en la Ec. 9 puede identificarse como un coeficiente de inducción mutua entre el juego de bobinas OH y el circuito del diagnóstico del voltaje inducido, $M_{OH-diag}$:

¹Llamado comúnmente *loop voltage* en la literatura inglesa.

$$V_l = M_{\text{OH-diag}} \frac{dI_{\text{OH}}}{dt}, \quad (11)$$

un coeficiente que depende de la geometría de la máquina y cuyo valor teórico es $M_{\text{OH-diag}} = \Phi(I = 1) = 28,7 \mu\text{H}$.

La figura 14 muestra un conjunto de valores de V_l frente a las rampas dI_{OH}/dt que los inducen. La mitad de estas descargas se han efectuado alimentando únicamente las bobinas de OH, mientras que en las demás se tenía corriente (constante) en las bobinas CC, HX, VF y TF (ver Sec. 4). La pendiente negativa en esta figura se debe a que el signo experimental de I_{OH} para esta tanda de datos anticorrelaciona ambas magnitudes dI_{OH}/dt y V_l , si bien la polaridad de las bobinas OH se cambia a veces por conveniencia de los experimentos. En definitiva, el signo de I_{OH} es irrelevante para nuestros propósitos y lo que tiene interés es la magnitud de la pendiente. Así, de los datos de la figura 14 y por regresión lineal se obtiene un coeficiente $M_{\text{OH-diag}} \approx 29 \mu\text{H}$, en buen acuerdo con el valor teórico.

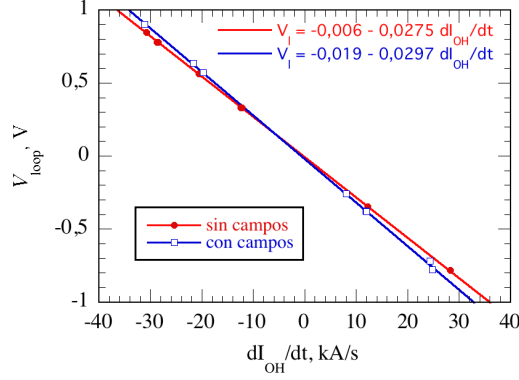


FIGURA 14. Voltajes V_l medidos por el diagnóstico en diversas descargas con y sin corrientes en las bobinas generadoras del campo de vacío (ver Sec. 4) para distintas rampas de la corriente I_{OH} .

En presencia del plasma, y dada una rampa dI_{OH}/dt , V_l se verá afectado por la evolución de la corriente en el propio plasma. Al verse sometido a las fuerzas electromotrices generadas por la corriente variable I_{OH} , el conductor plásmico reacciona durante un tiempo característico $\sim (\mu_0 \sigma)^{-1}$, dependiente de la conductividad eléctrica del plasma, σ . Por este motivo, V_l no alcanza su valor de vacío (Ec. 11) hasta que la densidad de corriente en el plasma no deja de variar. En la figura 15 se observa dicha reacción para dos descargas, una en vacío y otra en presencia del plasma². En efecto, la descarga en vacío muestra un transitorio rápido relacionado principalmente con la autoinducción del circuito del diagnóstico mientras que, en el caso de la descarga con plasma, tras el mismo transitorio inicial, V_l evoluciona en respuesta al acoplo de flujos entre el circuito plásmico y el circuito del diagnóstico. Como se ve, el tiempo de respuesta es bastante más lento pero V_l alcanza el valor de vacío al cabo de la descarga, coincidiendo con la estabilización de la densidad de corriente. Finalmente, y abundando en la arbitrariedad de los signos de las corrientes (figura 14 y comentarios relacionados), obsérvese que en la figura 15 existe una correlación directa entre V_l y dI_{OH}/dt .

²Estos son plasmas típicos del TJ-II calentados por radiación resonante a la frecuencia ciclotrónica electrónica.

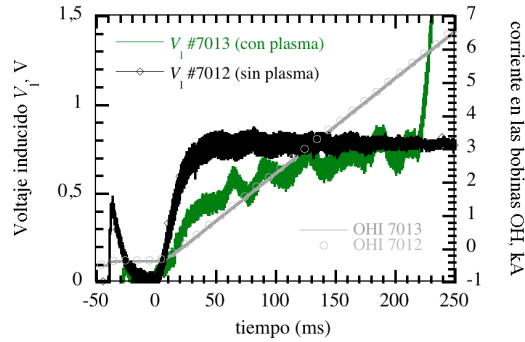


FIGURA 15. Evolución de V_i en dos descargas del TJ-II, la n° 7012 (sin plasma) y la n° 7013 (con plasma) en respuesta a un mismo aumento lineal de la intensidad I_{OH} en las bobinas de OH

Los resultados numéricos presentados en las figuras 9-13 permiten ahora considerar V_i como una medida del voltaje inducido *en* el plasma, V_p , cuando se alcanza el estado estacionario para las corrientes (p. ej. para $t = 200$ ms en la descarga n° 7013 de la figura 15). Entendemos V_p como en la figura 11 (véase también la ecuación 10 y comentarios relacionados). Considerando la topología magnética del TJ-II durante las descargas como un conjunto de tubos vectoriales anidados, podemos suponer que la f.e.m. inducida por vuelta toroidal (considerando un número suficientemente grande de vueltas) a lo largo de una línea de campo magnético es la misma en cada tubo y coincide, además, con V_i . El error cometido con esta suposición es, según los cálculos presentados en este informe (véase la figura 13), muy inferior al ruido experimental del propio diagnóstico V_i .

8. CONCLUSIONES

En este informe se revisan las propiedades del potencial magnético vectorial y de su utilidad para el cálculo de flujos magnéticos en situaciones tanto estacionarias como variables en el tiempo. Se hace uso de expresiones numéricas aparecidas en la literatura que son especialmente adecuadas para bobinas alabeadas, bastante típicas en los dispositivos de confinamiento magnético de plasmas. Hemos desarrollado un código de cálculo adaptando este formalismo a las condiciones del Helicac Flexible TJ-II, que hemos aplicado a diferentes situaciones en las que la complejidad de su geometría hace especialmente indicado el recurso al potencial vector.

Especial interés tiene la comparación de voltajes inducidos por la subida de corrientes en régimen lineal de las bobinas OH en tres casos. Conductor CC, Eje magnético y superficie magnética a lo largo de una línea de campo en configuraciones típicas del TJ-II, donde comprobamos que los tres resultados son prácticamente coincidentes. También hemos verificado que circuitos helicoidales que aproximan el eje magnético experimentan un voltaje inducido que varía en menos de una parte en 10^4 en un recorrido amplio del radio de oscilación helicoidal. Este resultado ofrece soporte teórico a la medida del voltaje inducido por las bobinas OH sobre el plasma como el proporcionado por el diagnóstico instalado en el TJ-II, y a la aproximación cilíndrica del plasma usada para interpretar los datos experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología a través del proyecto FTN 2001-0688.

REFERENCIAS

- [1] C. Alejaldre, J. J. Alonso, J. Botija, F. Castejón, J. R. Cepero, J. Guasp, A. López-Fraguas, L. García, V. I. Krivenski, R. Martín, A. P. Navarro, A. Perea, A. Rodríguez-Yunta, M. Sorolla and A. Varias, *TJ-II Project: A flexible Helic Stellerator*. Fusion Technol. **17**, 131 (1990).
- [2] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons, 1975.
- [3] W. R. Smythe, *Static and Dynamic Electricity*, McGraw-Hill, 1950.
- [4] J. P. Freidberg, *Ideal Magnetohydrodynamics*, Plenum Press, 1987.
- [5] R. D. Hazeltine, J. D. Meiss, *Plasma Confinement*, Addison-Wesley, 1992;
- [6] S. R. Hudson, R. L. Dewar, Phys. Plasmas **6**, 1532 (1999).
- [7] J. D. Hanson, S. P. Hirshman, Phys. Plasmas **9**, 4410 (2002).
- [8] K. Miyamoto, *Plasma Physics for Nuclear Fusion*, MIT Press, 1980.
- [9] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series and products*, Academic Press, Inc., 4th Ed. 1980. ISBN 0-12-294760-6.
- [10] A. López-Fraguas, E. Ascasíbar, J. A. Romero I. García-Cortés, J. A. Jiménez, A. López Sánchez, J. Qin, M. Otte and TJ-II Team, *Magnetic surface Mapping in TJ-II Helic*, 13th. Int. Stell. Workshop, Canberra (Australia), 2002. Poster PI:6.
- [11] Asoc. EURATOM-CIEMAT para Fusión. Annual Report 1997.